



les énigmes de décembre 2011

Les énoncés des 6 énigmes de l'île des mathématiques posées ce mois-ci.

A propos de ce document : Licence d'utilisation

Ce document est distribué gratuitement par le site l'île des mathématiques.

L'île des mathématiques propose des cours et des exercices de maths.
Il est possible de télécharger gratuitement les nombreuses fiches.
Aussi bien pour les élèves que pour les professeurs de collège et de lycée.
Des forums d'entraide scolaire très actifs permettent d'aider les élèves rencontrant des difficultés.
Des ressources pour la préparation aux concours du Capes ou de l'Agreg sont également librement accessibles.

Vous pouvez copier et distribuer des copies conformes du présent fichier, tel que vous l'avez reçu, sur n'importe quel support, à condition de laisser sur chaque copie ce texte accessible, de ne pas modifier ou omettre toutes les stipulations se référant à la présente Licence et à la limitation de garantie, et de fournir avec toute copie du Programme un exemplaire de la Licence.
Ce fichier est fourni sans AUCUNE GARANTIE. Si vous constatez des anomalies, n'hésitez pas à nous le faire savoir en vous rendant sur l'île des mathématiques.

Tom_Pascal, webmaster de <http://www.ilemaths.net>

Enigme 257 : Le demi-tour du monde



Posté le 05-12-11 à 10:32

Posté par jamo

Bonjour tout le monde,

j'ai décidé de faire un demi-tour du monde à bord de mon avion. Mais pour compliquer un peu la chose, voilà ce que j'ai fait, équipé d'une bonne boussole.
(on considère que la terre est une sphère de rayon 6400 km)

Je suis parti d'un point A situé sur l'équateur.
J'ai parcouru une distance d vers le nord (et je n'ai pas atteint ni dépassé le pôle nord).
Ensuite, quart de tour vers la droite, j'ai parcouru la même distance d vers l'est.
Un nouveau quart de tour vers la droite, et j'ai à nouveau effectué d km vers le sud, afin de me retrouver à nouveau sur la ligne équatoriale.
Et pour finir, un dernier quart de tour vers la droite, et j'ai encore parcouru d km vers l'ouest, pour finir mon trajet au point B.

Question : donner cette longueur d afin que les points A et B soient diamétralement opposés (réponse en km, arrondie au km le plus proche si nécessaire ; une réponse avec une autre précision sera refusée).

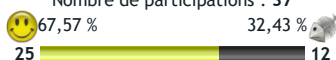
Bonne recherche ! 😊



[Voir cette énigme et sa solution](http://www.ilemaths.net/forum-sujet-461039.html) : <http://www.ilemaths.net/forum-sujet-461039.html>

Statistiques sur ce challenge (énigme mathématique).

Nombre de participations : 37



Temps de réponse moyen : 101:45:29.

Joute n° 54 : Les carrés en série



Posté le 09-12-11 à 13:22

Posté par godefroy_lehardi

Bonjour à tous,

Prenons un nombre de 3 chiffres au plus. En additionnant les carrés de chacun des chiffres qui le constituent, on obtient un nouveau nombre.
Par exemple, 29 donne $2^2 + 9^2 = 4 + 81 = 85$.
On établit ainsi une série de nombres jusqu'à ce qu'on obtienne un nombre formé d'un seul chiffre (c'est à dire strictement inférieur à 10), ce qui constitue la fin de la série.

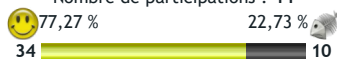
Par exemple, à partir de 29, on obtient la série 29 - 85 - 89 - 145 - 42 - 20 - 4, soit 7 éléments.

Question : Quel nombre de départ permet d'établir la plus longue série ?
S'il existe plusieurs solutions, donnez-les toutes.

 Voir cette énigme et sa solution : <http://www.ilemaths.net/forum-sujet-461843.html>

Statistiques sur ce challenge (énigme mathématique).

Nombre de participations : 44



Temps de réponse moyen : 74:37:28.

Joute n°55 : Le code secret



Posté le 15-12-11 à 15:23

Posté par  godefroy_lehardi 

Bonjour à tous,

Quand je me connecte sur le site de ma banque, je dois fournir un code secret en cliquant sur une grille dont voici quelques exemples ci-dessous.

2 Cliquez pour composer les 6 chiffres de votre

	0	1	2	
	3			4
			5	6
7				
8		9		

Code secret

 effacer

2 Cliquez pour composer les 6 chiffres de votre

0	1	2		3
		4	5	
		6	7	8
		9		

Code secret

 effacer

2 Cliquez pour composer les 6 chiffres de votre

0				1
2	3	4		
		5		6
	7			
8	9			

Code secret

 effacer

Les chiffres de 0 à 9 y sont inscrits une seule fois chacun de façon aléatoire, mais néanmoins dans l'ordre, selon le sens de lecture habituel (les lignes de haut en bas et les colonnes de gauche à droite).

On dira qu'une case est « paire » si la somme de ses numéros de ligne et de colonne est un nombre pair.

On dira qu'une case est « impaire » si la somme de ses numéros de ligne et de colonne est un nombre impair.

Par exemple, dans la première grille à gauche, la case contenant le 1 est située sur la première ligne et la troisième colonne. Elle est donc « paire » car $1 + 3 = 4$. Dans cet exemple, la parité du chiffre 1 ne correspond pas à la « parité » de la case où il se trouve.

Question : Quelle est la probabilité que chaque chiffre soit placé sur une case de même parité que lui ?

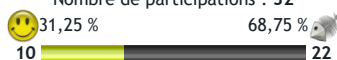
Je rappelle que le zéro est pair.

Vous donnerez la réponse sous forme de fraction rationnelle irréductible.

 Voir cette énigme et sa solution : <http://www.ilemaths.net/forum-sujet-462985.html>

Statistiques sur ce challenge (énigme mathématique).

Nombre de participations : 32



Temps de réponse moyen : 126:34:06.

Enigme 258 : Pentagone inscrit



Posté le 19-12-11 à 10:40

Posté par  jamo 

Bonjour tout le monde,

dans un réseau à mailles carrées, on s'intéresse aux pentagones dont les 5 sommets (distincts) sont situés sur les points du réseau.

L'objectif est de trouver le pentagone dont le cercle circonscrit a le plus petit rayon possible. Le centre de ce cercle n'est pas obligatoirement sur un point du réseau.

Par exemple, j'ai tracé ci-dessous un pentagone, dont les 5 sommets sont sur des noeuds du quadrillage, inscriptible dans un cercle de rayon $\frac{25\sqrt{26}}{14}$ soit environ 9,105 (l'unité de mesure correspond au côté des carrés).

Question : trouver le rayon du plus petit cercle circonscrit à un pentagone dont les sommets sont des points du quadrillage, ainsi que les coordonnées de ces points.

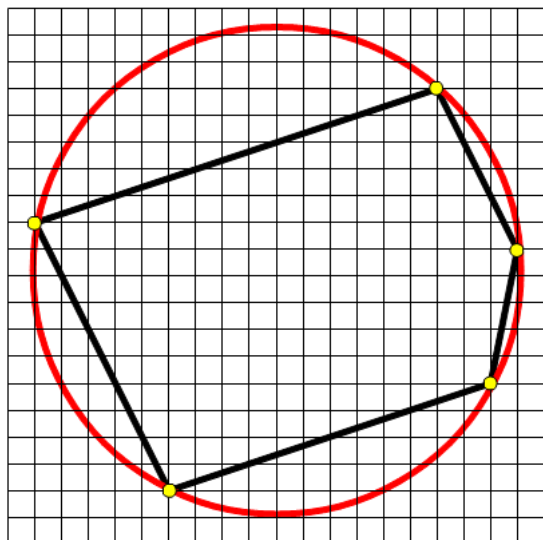
Pour la réponse, je veux la valeur exacte du rayon, ainsi que les coordonnées des 5 points (peu importe l'origine du repère). Un petit programme sur un tableur me permettra facilement de vérifier la validité de la réponse.

J'ai mis 4 étoiles pour la difficulté de l'énigme, car :

- je pense que la recherche des pentagones n'est pas évidente ;
- le calcul de la valeur exacte du rayon demande une certaine maîtrise ;

- trouver le plus petit pentagone n'est sans doute pas évident non plus.

Bonne recherche ! 😊



🗨 Voir cette énigme et sa solution : <http://www.ilemaths.net/forum-sujet-463402.html>

Statistiques sur ce challenge (énigme mathématique).

Nombre de participations : 24



Temps de réponse moyen : 112:48:50.

Joute n°56 : Sécession en Ambligionie



📌 Posté le 23-12-11 à 12:58

Posté par 🧑 godefroy_lehardi 🗨

Bonjour à tous,

Je vous propose de continuer notre petit voyage au sein de l'Union Euclidienne où vous connaissez déjà l'Isocélie, la Scalénie et le Perpendistan.

Pour mémoire, l'Isocélie est le triangle isocèle vert ABC avec AC = 100 km et AB = BC = 200 km.

Le Perpendistan est le triangle rectangle bleu ACD dont l'angle droit se situe en C.

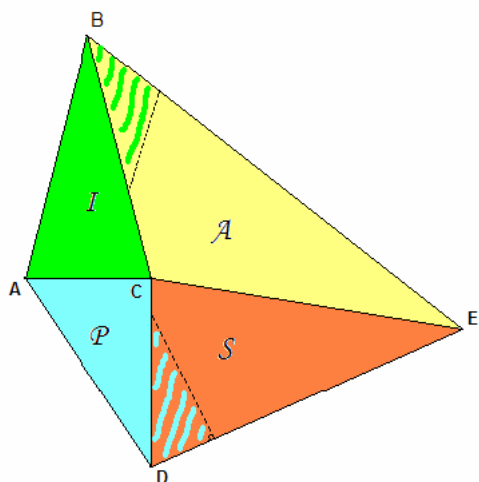
La Scalénie est le triangle orange CDE avec CD = 150 km, CE = 250 km et DE = 270 km.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'Ambligionie (triangle jaune BCE) qui est secouée par des troubles intérieurs.

Une région du pays, auto-proclamée « République isocélienne d'Ambligionie » (rayée jaune et vert), veut faire sécession et être intégrée à l'Isocélie. Elle veut, de plus, avoir la forme d'un triangle isocèle dont un sommet serait B (le dessin n'est qu'un exemple).

Par ailleurs, en Scalénie, la « Province autonome perpendistanaise de Scalénie » (rayée orange et bleu) revendique son rattachement au Perpendistan. Et elle veut absolument avoir la forme d'un triangle rectangle dont un sommet serait D (le dessin n'est qu'un exemple).

Du coup, le reste de l'Ambligionie fusionnerait avec le reste de la Scalénie, pour former la Scaligionie.



Soucieux de régler la question pacifiquement, les 4 pays font appel à l'OPU (l'Organisation des Polygones Unis) qui impose, pour maintenir l'équilibre géostratégique de la région, que les rapports entre les surfaces des nouveaux pays ainsi créés soient identiques aux rapports d'avant le changement.

En clair, si on appelle A , S , I et P les surfaces des 4 anciens pays, et S' , I' et P' les surfaces des 3 nouveaux pays, on devra avoir $\frac{S}{I} = \frac{S'}{I'}$ et $\frac{I}{P} = \frac{I'}{P'}$.

Il s'agit donc pour l'OPU de déterminer les dimensions des 2 régions rattachées de manière à ce que le périmètre de la Scaligonie soit le plus grand possible.

Question : Quel est le plus grand périmètre possible de la Scaligonie ?

Donnez la réponse (en kilomètres) arrondie au mètre le plus proche (3 chiffres après la virgule).

Si vous pensez qu'un tel redécoupage est impossible, répondez « problème impossible ».

Je vous souhaite de passer de très bonnes fêtes de fin d'année ! 😊

🗨 Voir cette énigme et sa solution : <http://www.ilemaths.net/forum-sujet-464353.html>

Statistiques sur ce challenge (énigme mathématique).

Nombre de participations : 14



Temps de réponse moyen : 138:01:10.

Enigme 259 : Comment éteindre la guirlande ?



📌 Posté le 28-12-11 à 10:29

Posté par jamo 🌟

Bonjour tout le monde,

pour la décoration de Noël, j'ai acheté une petite guirlande à 6 ampoules sensibles dont le fonctionnement est le suivant.

Quand on appuie sur une ampoule, elle change d'état ainsi que ses deux voisines (ou son unique voisine pour les ampoules 1 et 6). Changer d'état signifie passer de "allumée" à "éteinte", ou de "éteinte" à "allumée".

La guirlande est dans l'état initial indiqué par la figure ci-dessous : les ampoules 1 et 3 sont allumées, et les autres sont éteintes.

Ainsi, si j'appuie sur l'ampoule 4 par exemple, la 3 va s'éteindre, et les 4 et 5 vont s'allumer.

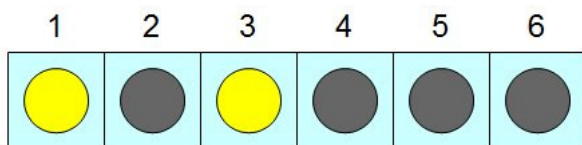
Question : comment éteindre complètement la guirlande à partir de l'état indiqué par l'image ci-dessous, en un minimum d'étapes.

Pour la réponse, vous me donnerez la liste dans l'ordre des ampoules à toucher.

S'il existe plusieurs solutions, vous en donnerez une seule.

Si le problème est impossible, vous répondrez "problème impossible".

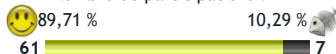
Bonne recherche ! 😊



🗨 Voir cette énigme et sa solution : <http://www.ilemaths.net/forum-sujet-465242.html>

Statistiques sur ce challenge (énigme mathématique).

Nombre de participations : 68



Temps de réponse moyen : 149:37:24.

Retrouvez cette page sur 🌐 l'île des mathématiques

© Tom_Pascal & Océane 2013