Donc, revenons à notre équation :

$$y'' + 0{,}5y' + y = \Delta(t)$$

$$\mathcal{L} \rightarrow \; p^2Y - py(0) - y'(0) + 0{,}5\left(pY - y(0)\right) + Y = \Delta(p)$$

$$\rightarrow \; p^2Y + 0{,}5Yp + Y = \frac{1}{p^2}\left(e^{-p} - 1\right)^2$$

$$Y\left(p^2 + 0{,}5p + 1\right) = \frac{1}{p^2}\left(e^{-p} - 1\right)^2$$

$$Y = \frac{1}{p^2\left(p^2 + 0{,}5p + 1\right)} \times \left(e^{-p} - 1\right)^2$$

ici, on peut voir que : $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 0{,}5^2 - 4 \times 1 \times 1$

$\Delta = -\frac{15}{4} < 0$ pas de racines réelles.

Nous allons donc procéder à une décomposition en éléments simples :

$$Y = \frac{1}{p^2\left(p^2 + 0{,}5p + 1\right)} \times \left(e^{-p} - 1\right)^2$$

Donc $F(p) = \frac{1}{p^2\left(p^2 + 0{,}5p + 1\right)} = \frac{A_1}{p} + \frac{A_2}{p^2} + \frac{Bp + C}{p^2 + 0{,}5p + 1}$

$$1 = A_1(p)\left(p^2 + 0{,}5p + 1\right) + A_2\left(p^2 + 0{,}5p + 1\right) + (Bp + C)\left(p^2\right)$$

$$1 = A_1p^3 + 0{,}5A_1p^2 + A_1p + A_2p^2 + 0{,}5A_2p + A_2 + Bp^3 + Cp^2$$

$$1 = p^3\left(A_1 + B\right) + p^2\left(0{,}5A_1 + A_2 + C\right) + p\left(A_1 + 0{,}5A_2\right) + A_2$$