

82 Minimiser le coût moyen
de production *Modéliser*

Une entreprise produit des téléviseurs haute définition. Les coûts de production, en euros, de q téléviseurs sont modélisés par la fonction définie sur $[0 ; 60]$ par :
 $C(q) = 0,2q^3 - 15q^2 + 500q + 1\,600$.

Au fait...

Bien que q ne puisse pas prendre toutes les valeurs réelles entre 0 et 60 (37,254897 par exemple) car le nombre de téléviseurs est nécessairement un nombre entier, on considère cette modélisation par une fonction définie sur un intervalle de \mathbb{R} acceptable.

1. Le coût moyen (ou unitaire) est le rapport du coût total sur le nombre d'unités produites.

Exprimer le coût moyen C_M en fonction de q .

2. Calculer $C_M'(q)$.

3. Vérifier pour toute valeur de q dans $]0 ; 60]$,

$$\text{que } C_M'(q) = \frac{(q - 40)(0,4q^2 + q + 40)}{q^2}.$$

4. En déduire les variations de C_M .

5. Pour quelle quantité q_0 le coût moyen est-il minimal ?

6. Chaque téléviseur est vendu 800 euros aux revendeurs de téléviseurs. Quel est le montant du bénéfice total de l'entreprise correspondant à la vente de q_0 téléviseurs ?