7. Afin de résoudre ce système d'équations, on utilise la relation $A = P.D.P^{-1}$ où D est une matrice diagonale que vous devrez écrire sachant que :

   $$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } P^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

   On pose alors:

   $$\begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{pmatrix} = P^{-1}.\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} \frac{d^2u(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2v(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2w(t)}{dt^2} \end{pmatrix} = P^{-1}.\begin{pmatrix} \frac{d^2x_1(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2x_2(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2x_3(t)}{dt^2} \end{pmatrix}.$$

   Etablir alors la relation matricielle entre $\begin{pmatrix} \frac{d^2u(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2u(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2w(t)}{dt^2} \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{pmatrix}$ puis donner les trois équations différentielles pour $u(t)$, $v(t)$ et $w(t)$.

8. Donner les solutions de ces trois équations différentielles en $u(t)$, $v(t)$ et $w(t)$.