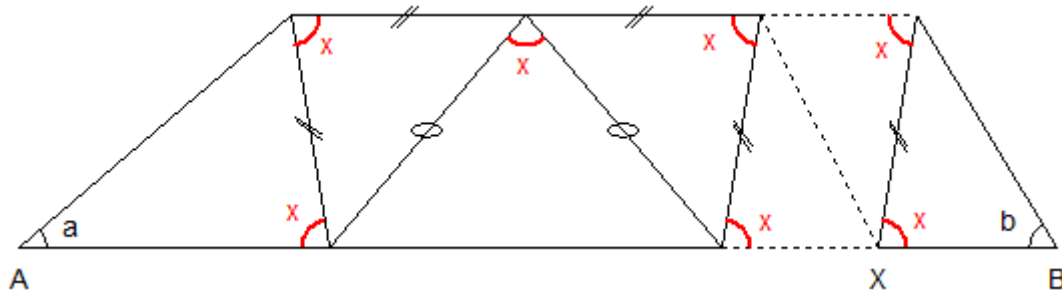


Pour un réel x de l'intervalle $]0^\circ ; 180^\circ[$ on dira qu'un polygone appartient à $P(x)$ si on peut le partitionner en un nombre fini de triangles ayant tous un angle x .

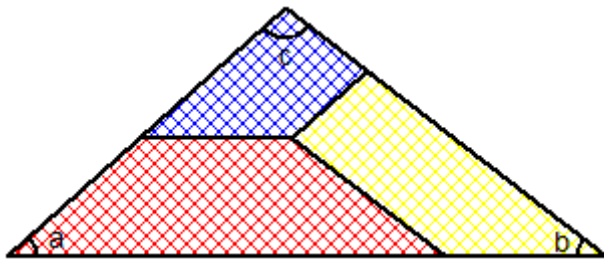
Résultat 1 : Si b est le plus grand angle à la base d'un trapèze alors ce dernier appartient à $P(x)$ pour tout $x < 180 - b$.

Le résultat est clair si les bases sont suffisamment longues



Dans le cas contraire il suffit de découper le trapèze par des segments parallèles à la base afin d'obtenir des trapèzes semblables assez longs.

Résultat 2 : Si c est le plus grand angle d'un triangle alors ce dernier appartient à $P(x)$ pour tout $x < 180 - c$.



C'est une simple conséquence du résultat 1.

Résultat 3 : Tout triangle appartient à $P(x)$ pour tout x dans $]0^\circ ; 90^\circ]$.

Si x est un élément de l'intervalle donné, d'après la propriété 2 tout triangle rectangle appartient $P(x)$. Comme tout triangle peut toujours être partitionné en deux triangles rectangles en traçant la hauteur relative à la plus grande base, on conclut.

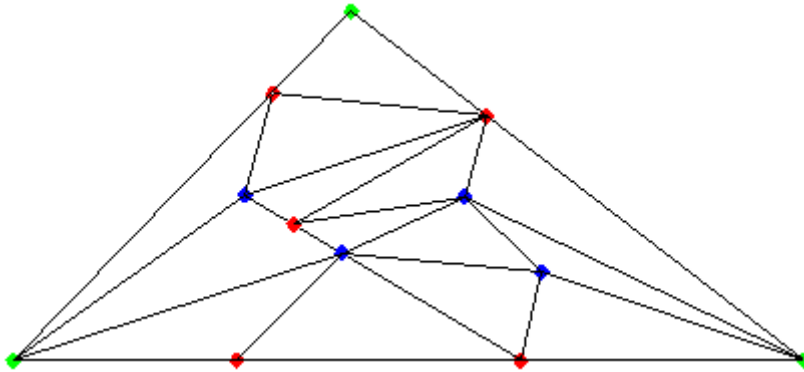
Résultat 4 : Tout triangle dont les angles sont strictement inférieurs à 120° appartient à $P(120)$.

Il suffit de relier chaque sommet du triangle à son point de Fermat.

Résultat 5 : Tout triangle dont les angles sont strictement inférieurs à 120° n'appartient pas à $P(x)$ si $x > 120^\circ$.

Supposons le contraire , on peut alors ranger les sommets des triangles en trois familles :

- Les sommets verts du triangle initial .
- Les sommets rouges à l'intérieur d'un côté d'un triangle .
- Les autres sommets bleus .



Si on note v , r et b le nombre de sommets de chaque couleur et n le nombre total de triangles on a :

$$180 + 180r + 360b = 180n \text{ donc } 2b + r + 1 = n .$$

On remarque qu'il ne peut pas y avoir d'angle x sur les sommets verts , pas plus d'un sur chaque sommet rouge et pas plus de deux sur chaque sommet bleu . Il y a donc au maximum $2b + r$ angles x or $2b + r = n - 1 < n$, c'est impossible .

On remarque au passage que si à contrario un angle du triangle initial est supérieur à 120° , ce dernier ne pourrait appartenir à $P(x)$ pour $x > 120^\circ$ que s'il y avait exactement un angle x au sommet du plus grand angle du triangle , exactement un angle x sur chaque sommet rouge et exactement deux sur chaque sommet bleu . Alors x devrait être supérieur ou égal au plus grand angle du triangle et il y aurait alors au moins deux autres angles sur chaque sommet rouge et au moins trois sur chaque sommet bleu . S'il était prouvé que chaque sommet bleu devrait accueillir au moins six angles , il serait établi que le triangle ne pourrait appartenir à $P(x)$ avec x supérieur à 120° que si x était le plus grand angle du triangle . A suivre ...